Infront Portfolio Manager

Erläuterungen zur Berechnung des VaR

Erläuterungen zur Berechnung des VaR

Produkt/Projekt:	Infront Portfolio Manager
Autor:	Infront
Erstellt am:	04.08.2025

© Copyright 2025 Infront Financial Technology GmbH

Alle Rechte vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf in irgendeiner Form ohne schriftliche Genehmigung der Infront Financial Technology GmbH reproduziert, verarbeitet oder verbreitet werden. Die enthaltenen Informationen sind streng vertraulich und stellen Eigentum der Infront Financial Technology GmbH, Frankfurt am Main, dar.

Inhalt

1 Value at Risk (VaR) 4

1.1 Value at Risk (VaR) – Einzelinstrument 5

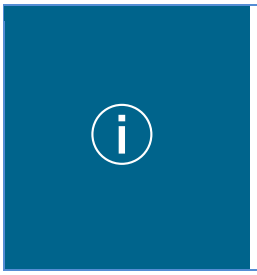
1.2 Value at Risk – Portfolio aus mehreren Instrumenten 6

1.3 Value at Risk – Delta-Normal-Modell 7

1 Value at Risk (VaR)

Mit dem Begriff "Risiko" bezeichnen wir in diesem Kontext einen möglichen Verlust, der durch die Unsicherheit über die zukünftige Entwicklung eintreten kann. Dabei werden an dieser Stelle nur Marktpreisrisiken, also Risiken einer negativen Wertänderung einzelner Instrumente oder sich daraus zusammensetzende Portfolios gegenüber einem Referenzwert in Folge von möglichen Veränderungen der Marktparameter (sogenannte Risikofaktoren) berücksichtigt.

Dieses Marktpreisrisiko wird mit dem Value at Risk (VaR), einem Downside-Risikomaß, ausgedrückt.



Definition

Der Value at Risk eines Instruments oder Portfolios ist der maximale erwartete Verlust über einen festgelegten Zeitraum, der unter normalen Marktbedingungen mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit nicht überschritten wird.

Aus dieser Definition wird deutlich, dass man zur Bestimmung des VaR für einen Risikofaktor, ein Instrument oder Portfolio die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Gewinne und Verluste für den gewählten Zeitraum benötigt. Da diese im Allgemeinen unbekannt ist, werden finanzmathematische Modelle verwendet, um diese oder eine Approximation des VaR zu schätzen.

1.1 Value at Risk (VaR) – Einzelinstrument

Berechnungsbasis

- Grundlage sind **historische Renditezeitreihen** (z. B. tägliche prozentuale Kursveränderungen).
- Diese Renditen werden nicht gleichgewichtet, sondern **exponentiell gewichtet** mit einem **Glättungsfaktor λ = 0,94**:
  - Jüngste Rendite: Gewicht = $0,94^0 = 1,0000$
  - Zweijüngste Rendite: Gewicht = $0,94^1 = 0,9400$
  - Drittjüngste Rendite: Gewicht = $0,94^2 \approx 0,8836$
  - usw.
- Dadurch haben **aktuelle Marktentwicklungen** mehr Einfluss auf das Risikomaß als weiter zurückliegende Daten.

Diese Methode wird als **Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)** bezeichnet.
Die **gewichtete Volatilität** ergibt sich nach:

$$\sigma_t^2 = (1-\lambda) \cdot r_{t-1}^2 + \lambda \cdot \sigma_{t-1}^2$$

mit $\lambda = 0,94$.

VaR-Formel für ein Einzelinstrument (Varianz-Kovarianz-Methode)

$$VaR = z \cdot \sigma_{\text{EWMA}} \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot W$$

Bedeutung der Variablen:

- z = Z-Wert des Konfidenzniveaus (1,645 für 95 %, 2,33 für 99 %)
- σ_{EWMA} = aus exponentiell gewichteten Renditen berechnete Standardabweichung (Volatilität)
- Δt = Zeithorizont in Tagen (z. B. 1 für 1-Tages-VaR)
- W = Marktwert der Position

1.2 Value at Risk – Portfolio aus mehreren Instrumenten

Bei einem Portfolio muss zusätzlich zur Volatilität jedes einzelnen Instruments auch die **Korrelation** zwischen den Instrumenten berücksichtigt werden.

Berechnungsbasis

- Renditen aller Positionen im Portfolio werden ebenfalls **exponentiell mit λ = 0,94** gewichtet.

- Aus diesen Daten wird die **gewichtete Kovarianzmatrix** Σ_{EWMA} berechnet.
- Die Portfolio-Volatilität ergibt sich aus:

$$\sigma_{\text{Portfolio}} = \sqrt{\mathbf{w}^T \cdot \Sigma_{\text{EWMA}} \cdot \mathbf{w}}$$

mit $\mathbf{w}$ als Vektor der Portfolio-Gewichte.

VaR-Formel für ein Portfolio

$$VaR_{\text{Portfolio}} = z \cdot \sigma_{\text{Portfolio, EWMA}} \cdot \sqrt{\Delta t}$$

Bedeutung der Variablen:

- z = Z-Wert des Konfidenzniveaus

- $\sigma_{\text{Portfolio, EWMA}}$ = Volatilität des Portfolios, berechnet aus exponentiell gewichteten Renditen und Kovarianzen
- Δt = Betrachtungszeitraum (z. B. 1 Tag)

Zusammenfassung

- Der **VaR** quantifiziert das Verlustpotenzial eines Investments mit einer definierten Wahrscheinlichkeit und einem festen Zeithorizont.
- **Exponentielle Gewichtung (λ = 0,94)** sorgt dafür, dass aktuelle Marktentwicklungen stärker berücksichtigt werden als alte Daten.
- **Einzelinstrumente**: VaR basiert auf der gewichteten Volatilität der Renditen.
- **Portfolios**: Zusätzlich fließen die Korrelationen zwischen den Positionen in die Berechnung ein.
- Die Methode ist flexibel und passt sich durch die Gewichtung an neue Marktlagen an.

1.3 Value at Risk – Delta-Normal-Modell

Grundidee

Das **Delta-Normal-Modell** ist eine erweiterte Form des **Varianz-Kovarianz-Ansatzes** für die VaR-Berechnung. Es berücksichtigt zusätzlich zu einfachen Kursbewegungen auch **Risikofaktoren** wie:

- **Zinsstrukturkurven** bei Anleihen
- **Währungsparitäten** bei Fremdwährungsinvestments
- **Aktienindizes** oder **Sektorindizes** als Marktfaktoren
- ggf. auch **Volatilitätsänderungen** bei Optionen

Mathematisches Konzept

Jeder Portfolio-Wert V wird als Funktion mehrerer Risikofaktoren $X_1, X_2, \ldots, X_n$ betrachtet.

Mit einer **linearen Approximation** (Taylor-Entwicklung erster Ordnung) gilt:

$$\Delta V \approx \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial V}{\partial X_i} \cdot \Delta X_i$$

- $\frac{\partial V}{\partial X_i}$ ist die **Sensitivität** (Delta) der Position gegenüber Risikofaktor X_i.

- Beispiele:
  - Bei Aktien = Anzahl der Aktien
  - Bei Anleihen = modifizierte Duration × Marktwert
  - Bei Währungen = Marktwert in Fremdwährung

Portfolio-Volatilität (Varianz-Kovarianz-Ansatz)

Aus den Sensitivitäten wird die Portfolio-Varianz berechnet:

$$\sigma^2_{\text{Portfolio}} = \Delta^T \cdot \Sigma_X \cdot \Delta$$

Bedeutung der Variablen:

- Δ = Vektor der Sensitivitäten (Deltas) aller Positionen gegenüber allen Risikofaktoren
- Σ_X = Kovarianzmatrix der Renditenänderungen der Risikofaktoren

VaR-Formel im Delta-Normal-Modell

$$VaR_{\text{Delta-Normal}} = z \cdot \sqrt{\Delta^T \cdot \Sigma_X \cdot \Delta}$$

- z = Z-Wert des gewählten Konfidenzniveaus (z. B. 1,645 für 95 %, 2,33 für 99 %)
- Ergebnis in Währungseinheiten (z. B. EUR)
- Falls **exponentiell gewichtete Kovarianzschätzung** genutzt wird, werden die jüngsten Marktentwicklungen stärker gewichtet.

Interpretation

- **Präziser als Simple-VaR**, weil Wechselwirkungen zwischen Risikofaktoren explizit berücksichtigt werden.
- **Rechenaufwändiger**, da für jede Position die Sensitivität gegenüber jedem Risikofaktor bekannt sein muss.
- **Datenintensiv** – fehlende oder ungenaue Sensitivitäten führen zu Lücken.
- **Abdeckung oft kleiner** als beim Simple-VaR, da nicht jede Position einfach mit allen Risikofaktoren verknüpft werden kann.